MACRO DYNAMIQUE

(FICHE DE TD N°2)

Stéphane Adjemian *

Le 12 mai 2019 à 0:11

Exercice 1 [Constance de l'utilité marginale] Soit une fonction d'utilité définie pour tout $c > 0$, satisfaisant $u'(c) > 0$ et $u''(c) < 0$ (utilité marginalae positive et décroissante). Notons $\sigma(c) = -cu''(c)/u'(c) > 0$ l'élasticité de l'utilité marginale de la consommation. Montrer que si cette élasticité est constante, c'est-à-dire si $\sigma(c) = \sigma \forall c > 0$, alors, à une constante et un facteur positif près, la fonction d'utilité est de la forme :

$$u(c) = \begin{cases} \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}, \text{ si } \sigma \neq 1 \\ \log c, \text{ sinon.} \end{cases}$$

Exercice 2 [Fonction d'utilité CRRA] Soit la fonction d'utilité :

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

avec $\sigma > 0$. **(1)** L'utilité marginale est-elle finie en zéro ? **(2)** Quel est le comportement de l'utilité en zéro ? **(3)** Déterminer le comportement limite de la fonction d'utilité lorsque σ tend vers 1. **(4)** Par rapport à la fonction d'utilité considérée dans l'exercice 1, quel est l'intérêt de retrancher la constance $1/1-\sigma$?

Exercice 3 [Épargne optimale dans le modèle OLG] **(1)** Calculer la fonction d'épargne dans un mod-le OLG, où la fonction d'utilité est de la forme :

$$U(c_{1,t}, c_{2,t}) = u(c_{1,t}) + (1+\rho)^{-1} u(c_{2,t})$$

avec :

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

où $\rho > -1$ est le taux de préférence pour le présent, et $\sigma > 0$ est l'élasticité de l'utilité marginale. On notera s_t l'épargne du jeune adulte en période t, w_t le salaire réel perçu par un jeune adulte en période t, et r_{t+1} le taux d'intéret en période $t+1$. **(2)** Quelles sont les conséquences d'une variation du taux de précérence pour le présent sur le taux d'épargne ? **(3)** Quelles sont les conséquences d'une variation du taux d'intérêt anticipé sur le taux d'épargne ? Discuter en fonction des valeurs de l'élasticité de l'utilité marginale. En quoi le cas $\sigma \to 1$ est-il intéressant par rapport au chapitre 1 ?

*Université du Maine, Gains. stephane DOT adjemian AT univ DASH lemans DOT fr

Exercice 4 [Élasticité de substitution inter-temporelle] L'élasticité de substitution inter-temporelle est définie comme l'élasticité du ratio des consommations en seconde et première périodes (c_2/c_1) par rapport à la pente de la courbe d'indifférence ($-(1+\rho)u'(c_1)/u'(c_2)$). Cette élasticité nous renseigne sur la courbure de la fonction d'utilité, en nous disant de combien change le ratio des consommations en seconde et première période quand le ratio des utilités marginales (la pente de la courbe d'indifférence) change. **(1)** Représenter graphiquement l'élasticité de substitution intertemporelle. **(2)** Relier l'élasticité de substitution intertemporelle aux prix. **(3)** Posons $x = c_2/c_1$, le ratio des consommations en seconde et première période, $\beta = 1/1+\rho$, le facteur d'escompte de l'utilité, et $R = 1 + r$. **(3.a)** Poser un système d'équations pour identifier c_1 et x sur la courbe d'indifférence de niveau $\bar{U}$. **(3.b)** Ce système définit implicitement la consommation de première période, c_1, et le ratio des consommations de seconde et première périodes, x, comme des fonctions implicites de R : $c(R)$ et $x(R)$. Dériver les deux équations du système par rapport à R. **(3.c)** Exprimer $c'(R)$ en fonction de $x'(R)$, et montrer que :

$$\frac{R}{x}x'(R) = \frac{c_2 + c_1 R}{c_2\sigma(c_1) + Rc_1\sigma(c_2)}$$

où $\sigma(c)$ est l'élasticité de l'utilité marginale. **(3.d)** Conclure sur l'élasticité de substitution intertemporelle. **(4)** Calculer l'élasticité de substitution intertemporelle dans le cas d'une fonction CRRA (voir exercice 2). **(5)** Conclure plus généralement sur la relation entre l'élasticité de l'utilité marginale et l'élasticité de substitution intertemporelle.