

CROISSANCE

(FICHE DE TD N°3)

Stéphane Adjemian *

Le 1^{er} avril 2019 à 22:05

Exercice 1 [Progrès technique] Soit $F(K, L)$ une fonction de production néo-classique. On suppose que la population de l'économie (L_t à la période t) croît au taux constant $n > 0$. On note A_t l'efficacité du travail en période t , et on suppose que celle-ci croît au taux constant, x . Le stock de capital agrégé en début de période $t + 1$ est donné par :

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$$

où $\delta \in [0, 1]$ est le taux de dépréciation, I_t l'investissement agrégé en période t . Celui-ci est donné par :

$$I_t = sY_t$$

où le taux d'épargne s appartient est compris entre 0 et 1. La consommation agrégée est donnée par la contrainte de ressource agrégée, $C_t = Y_t - I_t = (1 - s)Y_t$. Finalement, la production est donnée par $Y_t = F(K_t, A_t L_t)$. **(1)** Exprimer la population à la période t en fonction de la population initiale $L_0 > 0$ et du taux de croissance de la population. **(2)** Calculer le taux de croissance du travail efficace $A_t L_t$.

(3) Caractériser la dynamique du stock de capital par tête efficace, $\hat{k}_t = K_t/A_t L_t$. **(4)** Calculer l'état stationnaire de l'économie : $\hat{k}^*, \hat{y}^*, \hat{c}^*$. **(5)** Représenter graphiquement la dynamique. **(6)** Quel est le taux de croissance à long terme de la production par tête? Quel est le taux de croissance à long terme de la production agrégée?

Exercice 2 Soit $F(K, L)$ une fonction de production néoclassique. Montrer que le travail, L est indispensable à la production, c'est-à-dire que $F(K, 0) = 0$ pour tout $K > 0$.

Exercice 3 [Règle d'or] Soit $F(K, L)$ une fonction de production. On suppose que la population de l'économie (L_t à la période t) croît au taux constant $n > 0$. Le stock de capital agrégé en début de période $t + 1$ est donné par :

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$$

où $\delta \in [0, 1]$ est le taux de dépréciation, I_t l'investissement agrégé en période t . Celui-ci est donné par :

$$I_t = sY_t$$

*Université du Maine, Gains. stephane DOT adjemian AT univ DASH lemans DOT fr

où le taux d'épargne s appartient est compris entre 0 et 1. La consommation agrégée est donnée par la contrainte de ressource agrégée saturée, $C_t = Y_t - I_t = (1 - s)Y_t$. Finalement, la production est donnée par $Y_t = F(K_t, L_t)$.

(1) Caractériser la dynamique de du stock de capital par tête, k_t . **(2)** Calculer l'état stationnaire. **(3)** Montrer qu'une augmentation permanente du taux d'épargne induit une augmentation de l'état stationnaire du capital par tête et de la production par tête. **(4)** Donner une expression de l'élasticité de la production par tête par rapport au stock de capital par tête. **(5)** Calculer le taux d'épargne de la règle d'or qui maximise le niveau de la consommation par tête à l'état stationnaire.

Exercice 4 [Vitesse de convergence] On reprend le modèle spécifié dans l'exercice 3. **(1)** Approximer la dynamique dans un voisinage de l'état stationnaire. **(2)** Calculer la vitesse de convergence.