CROISSANCE

(FICHE DE TD N°1)

Stéphane Adjemian *

Le 16 juillet 2017 à 0:34

EXERCICE 1 Soit une économie dont le PIB réel par tête est, en l'année T, $y_T = 1000$. **(1)** Si le taux de croissance annuel moyen de y est 0.1% quel sera le niveau du PIB réel par tête de cette économie 150 ans plus tard ? **(2)** Donnez le taux de croissance annuel moyen si $y_{T+100} = 1200$. **(3)** Si le taux de croissance annuel moyen est 1.5%, combien faut-il d'années pour que l'économie double son PIB par tête ?

EXERCICE 2 Le tableau suivant donne les niveaux de PIB par tête réels en 1950 et en 2000 (exprimés en $ de l'année 2000) pour les états Unis et l'Éthiopie :

	1950	2000
États Unis	11233,41	34364,50
Éthiopie	329,27	725,37

(1) Calculez les taux de croissance annuels moyens pour les deux pays. **(2)** Caculez, pour 1950 et 2000, les ratios du PIB par tête réel. Quel est le taux de croissance annnuel moyen du ratio des PIB ? **(3)** Combien de temps faudrait-il à l'Éthiopie pour rattraper le niveau des États Unis en 2000, si à partir de 2000 l'Étiopie bénéficie du taux de croissance annuel moyen des États Unis sur la période 1950-2000 et si le taux de croissance des États Unis est nul à partir de 2000 ?

EXERCICE 3 Soit $I(t)$ le niveau de l'investissement à l'instant t dans une économie. On suppose qu'initialement on a $I(0) = I_0 = 1/3$. **(1)** écrivez l'équation différentielle décrivant le mouvement de l'investissement si celui-ci croît au taux constant ρ. **(2)** Résolvez cette équation en exprimant le niveau de l'investissement à chaque instant t. **(3)** Supposons que la population, $L(t)$ augmente à taux constant n. Décrivez la dynamique de l'investissement par tête $i(t) = I(t)/L(t)$. **(4)** Supposons que la population, L, augmente à taux $n(t)$ à l'instant t (non constant). Supposons que le niveau de la population en 0, $L(0)$ soit connue. Exprimez le niveau de la population en $T > 0$ en fonction de la population initiale et de la chronique des taux de croissance entre 0 et T. Déterminez le facteur de croissance entre 0 et T.

EXERCICE 4 Une fonction de production est dite néo-classique si elle vérifie les conditions suivantes :

*Université du Maine, Gains. stephane DOT adjemian AT univ DASH lemans DOT fr

1. La fonction est homogène de degré 1.
2. La fonction est croissante dans ses arguments (les facteurs de production), autrement dit les productivités marginales sont positives.
3. Les productivités marginales sont décroissantes.
4. Les conditions d'Inada :
   — Lorsque l'usage d'un facteur de production tend vers l'infini, alors la productivité marginale associée à ce facteur tend vers zéro.
   — Lorsque l'usage d'un facteur de production tend vers zéro, alors la productivité marginale associée à ce facteur tend vers l'infini.

(1) La fonction $Y = K^\alpha L^\beta$, avec α et β deux réels positifs tels que $\alpha + \beta > 1$, est-elle une fonction de production néo-classique ? **(2)** Comment s'interprète le coefficient α ? **(3)** La fonction de production $Y = K^\alpha L^{1-\alpha} + BK$, avec B une constante positive et $\alpha \in]0,1[$, est-elle une fonction de production néo-classique ? **(4)** Le coefficient α peut-il s'interpréter de la même façon que dans le cas de la première fonction de production ? **(5)** La fonction de production $Y = \left(\alpha K^\gamma + (1-\alpha)L^{1-\gamma}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$ est-elle une fonction de production néo-classique ?

EXERCICE 5 Soit $K(t)$ le stock de capital physique, $L(t)$ la population qui croît au taux constant $n > 0$, $\alpha \in]0,1[$, $s \in]0,1[$ et $\delta > 0$. La dynamique du capital physique est décrite par : $\dot{K}(t) = BK(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha} - \delta K(t)$. Déterminez la dynamique du capital physique par tête $k(t) = K(t)/L(t)$.