

CALCUL ÉCONOMIQUE

(FICHE DE TD N°4)

Stéphane Adjemian *

Le 16 juillet 2017 à 0:34

EXERCICE 1 Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

(i) $f(x) = \log(x^2 + x^4 + 1)$

(ii) $g(x) = x^2 \log(x^2 + x^4 + 1)$

(iii) $h(x) = e^{2x}$

(iv) $j(x) = \log\left(\frac{x^3-2}{x^2+1}\right)$

(v) $k(x) = \cos(\theta x)$

EXERCICE 2 Trouver l'expression générale de la dérivée d'ordre n des fonctions suivantes :

(i) $f(x) = e^{\theta x}$

(ii) $g(x) = \frac{1}{x}$

(iii) $h(x) = \log(x)$

EXERCICE 3 Montrer qu'il est possible d'écrire la fonction exponentielle sous la forme :

$$e^x = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!}$$

En déduire une approximation de la constante e .

EXERCICE 4 Montrer l'égalité suivante dans un voisinage de 0 :

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{i=0}^{\infty} x^i$$

Quel est le radius de convergence ?.

EXERCICE 5 Faire une étude de la fonction (en identifiant les optima) :

$$f(x) = -x^3 + x^2 + 2x$$

*Université du Maine, Gains. stephane DOT adjemian AT univ DASH lemans DOT fr

EXERCICE 6 Faire une étude de la fonction :

$$f(x) = \frac{(\log x)^2}{x}$$

EXERCICE 7 Montrer que si la fonction $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ admet deux extrema, alors l'un est un maximum et l'autre un minimum.

EXERCICE 8 Déterminer les limites des fonctions suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + 3x^2}{4e^x + 2x^2}$
4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x \log x}{x^2 - x}$

EXERCICE 9 La somme de deux nombres positifs est égale à 100. Trouver les couples de nombres tels que :

1. Le produit de ces nombres est maximal.
2. La somme des carrés est minimale.