CALCUL ÉCONOMIQUE

(FICHE DE TD N°3)

Stéphane Adjemian *

Le 16 juillet 2017 à 0:34

EXERCICE 1 Soit la suite de terme général $u_n = u_{n-1} + 1$ pour $n \geq 1$, avec la condition initiale $u_1 = 1$. **(1)** Donner une expression de u_n en fonction du rang n et de sa condition initiale. **(2)** Soit la suite $v_n = \sum_{i=1}^{n} u_i$ pour $n \geq 1$. Quelle est la condition initiale de cette suite ? Déterminer v_n.

EXERCICE 2 Soit la suite de terme général $u_n = \rho u_{n-1}$ pour $n \geq 1$ avec la condition initiale $u_1 = 1$ et ρ un paramètre réel non nul. **(1)** Donner une expression de u_n en fonction du rang n et de sa condition initiale. **(2)** Discuter le comportement asymptotique de u_n en fonction de la valeur de ρ. **(3)** Dans le cas où la suite admet une limite, combien de temps faut-il pour réduire de moitié la distance à la limite ?

EXERCICE 3 Soit la suite de terme général $u_n = \frac{n+2}{n}$. **(1)** Donner les premiers termes de cette suite et montrer que la suite est monotone décroissante. **(2)** Montrer que cette suite a pour limite 1.

EXERCICE 4 Soit la suite de terme général $u_n = \frac{n+2}{n}$. **(1)** Donner les premiers termes de cette suite et montrer que la suite est monotone décroissante. **(2)** Montrer que cette suite a pour limite 1.

EXERCICE 5 Quel est le comportement asymptotique de la suite de terme général $u_n = -n$.

EXERCICE 6 La suite de terme général $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ est-elle monotone ? Montrer que cette suite admet 0 pour limite.

EXERCICE 7 Sur un marché l'offre et la demande sont caractérisées par :

$$\begin{aligned} S(p) : &\quad q = 1 + p \\ D(p) : &\quad q = 2 - p \end{aligned}$$

(1) Calculer le prix d'équilibre $p^\star$ et les quantités échangées à l'équilibre, $q^\star$. **(2)** Supposons que le marché ne soit pas équilibré. On admet que dans une situation de déséquilibre le prix augmente si et seulement si la demande est

*Université du Maine, Gains. `stephane DOT adjemian AT univ DASH lemans DOT fr`

supérieure à l'offre. Plus formellement on admet que le prix est mis à jour à l'aide de la récurrence suivante :

$$p_{t+1} = p_t + \alpha(D(p_t) - S(p_t))$$

Déterminer le point fixe de cette récurrence, le prix $\bar{p}$ tel que $\bar{p} = \bar{p} + \alpha(D(\bar{p}) - S(\bar{p}))$. Comparer $\bar{p}$ et $p^\star$. **(3)** Supposons que le prix initial p_1 soit différent de $\bar{p}$. Exprimer p_t en fonction de p_0, et α. **(4)** Montrer que la chronique de prix converge de façon monotone vers $\bar{p}$ si $0 < \alpha < \frac{1}{2}$. **(5)** Quelles sont les prédictions du modèle si α est en dehors de cet intervalle ?

EXERCICE 8 Identifier les limites suivantes :

1. $\lim_{x\to\infty} \frac{2x+5}{x^2-3}$
2. $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-4x^2+8}{x^2+6}$
3. $\lim_{x\to\infty} \frac{ax^2+bx+c}{kx^2+lx+m}$
4. $\lim_{x\to -4} \frac{x^2-16}{x+4}$
5. $\lim_{x\to 0^+} \frac{|x|}{x}$ et $\lim_{x\to 0^-} \frac{|x|}{x}$

EXERCICE 9 En utilisant la définition de la dérivée, calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 4x^2 + 3$
2. $g(x) = x^n$, $\forall \quad n \in \mathbb{N}$ et $\forall \quad x \in \mathbb{R}$
3. $h(x) = \frac{1}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$

Pour $g(x)$ vous utiliserez la formule du binôme de Newton (une généralisation de l'identité remarquable bien connue) :

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$$

avec

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

où $m! = m \times (m-1) \times (m-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$ la fonction factorielle.