CALCUL ÉCONOMIQUE

Stéphane Adjemian *

Le 16 juillet 2017 à 0:34

EXERCICE 1 Soient P, Q et R trois propositions. Montrer que :

$$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$$

Interpréter ce résultat.

EXERCICE 2 **(a)** Montrer qu'il est possible d'exprimer l'implication logique à l'aide d'un connecteur logique et d'une négation, c'est-à dire que pour deux propositions P et Q, on a :

$$(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\overline{P} \vee Q)$$

(b) Montrer que l'équivalence logique entre deux propositions P et Q peut s'écrire de façon équivalente sous la forme :

$$\overline{P \wedge \overline{Q}} \wedge \overline{\overline{P} \wedge Q}$$

EXERCICE 3 Montrer par récurrence que pour tout $x \in \mathbb{R}^+$ on a $(1+x)^n \geq 1 + nx$, où $n \in \mathbb{N}$.

EXERCICE 4 Traduire avec des mots la proposition suivante :

$$\forall \epsilon > 0, \exists \delta(\epsilon) > 0 \text{ tel que } \forall x \in I, |x - a| < \delta(\epsilon) \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \epsilon$$

où I est un intervalle réel, et f une fonction de I dans $\mathbb{R}$. Que pouvez-vous dire de la fonction f si cette proposition est vraie ?

EXERCICE 5 Soit la fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$: $f(x) = (1+x)^{\frac{2}{3}}(2-x)^{\frac{1}{3}}$. Identifier les minima et maxima de cette fonction.

EXERCICE 6 Soient les fonctions continues et dérivables $f : I \to J$ et $g : J \to K$. **(a)** Quel est l'ensemble de départ de la fonction composée $f \circ g(x)$? Quel est l'ensemble d'arrivée de la la fonction $f \circ g(x)$? **(b)** La fonction composée $f \circ g(x)$ est-elle continue ? **(c)** Quelle est la dérivée d'ordre un de la fonction $f \circ g(x)$? **(d)** Calculer la dérivée d'ordre deux de la fonction $f \circ g(x)$ par rapport à x.

EXERCICE 7 Calculer les racines du polynôme :

$$P(x) = x^3 + \frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$$

EXERCICE 8 Donner la définition de la dérivée d'une fonction. En admettant que $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$, montrer que la dérivée de e^x est e^x pour tout x.

*Université du Maine, Gains. stephane DOT adjemian AT univ DASH lemans DOT fr